

प्रश्नावली 5.1

Q1. निम्नलिखित स्थितियों में से किन स्थितियों में संबद्ध संख्याओं की सूची A.P है और क्यों?

(1) प्रत्येक किलो मीटर के बाद टैक्सी का किराया, जबकि प्रथम किलो मीटर के लिए किराया D15 है और प्रत्येक अतिरिक्त किलो मीटर के लिए किराया D 8 है ।

Solution:

प्रथम किलोमीटर का किराया = 15 रुपये ।

अतिरिक्त किलोमीटर का किराया = 8 रुपये

श्रृंखला : 15, 23, 31, 39

जाँच:

$$a = 15$$

$$d_1 = a_2 - a_1 \\ = 23 - 15 = 8$$

$$d_2 = a_3 - a_2 \\ = 31 - 23 = 8$$

$$d_3 = a_4 - a_3 \\ = 39 - 31 = 8$$

चूँकि सभी अंतरों का अंतर सामान है अर्थात सार्वअंतर = 8 है ।

इसलिए दिया गया सूची A. P है ।

(ii) किसी बेलन (cylinder) में उपस्थित हवा की मात्रा, जबकि वायु निकालने वाला पम्प प्रत्येक बार बेलन की हवा का $\frac{1}{4}$ भाग बाहर निकाल देता है ।

Solution:

माना बेलन में हवा की मात्रा 1 है ।

$$T_1 = 1$$

$$\text{हवा निकाला} = \frac{1}{4}$$

$$T_2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{हवा निकाला} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$$

$$T_3 = \frac{3}{4} - \frac{3}{16} = \frac{12-3}{16} = \frac{9}{16}$$

$$\text{हवा निकाला} = \frac{9}{16} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$$

$$T_4 = \frac{9}{16} - \frac{9}{64} = \frac{36-9}{64} = \frac{27}{64}$$

$$\text{श्रृंखला : } 1, \frac{3}{4}, \frac{9}{16}, \frac{27}{64}$$

$$d_1 = \frac{3}{4} - 1 = \frac{-1}{4}$$

$$d_2 = \frac{9}{16} - \frac{3}{4} = \frac{-3}{16}$$

यहाँ सार्व अंतर समान नहीं है इसलिए यह A.P नहीं है ।

(iii) प्रत्येक मीटर की खुदाई के बाद, एक कुआं खोदने में आई लागत, जबकि प्रथम मीटर खुदाई की लागत D 150 है और बाद में प्रत्येक खुदाई की लागत D 50 बढ़ती जाती है ।

Solution:

प्रथम मीटर का लागत = 150,

दुसरे मीटर खुदाई की लागत = 150 + 50 = 200

तीसरे मीटर खुदाई की लागत = 200 + 50 = 250

श्रृंखला : 150, 200, 250, 300

जाँच:

$$a = 150$$

$$d_1 = a_2 - a_1 \\ = 200 - 150 = 50$$

$$d_2 = a_3 - a_2 \\ = 250 - 200 = 50$$

$$d_3 = a_4 - a_3 \\ = 300 - 250 = 50$$

सार्व अंतर = 50

यहाँ सार्व अंतर समान है इसलिए यह श्रृंखला A.P है ।

(iv) खाते में प्रत्येक वर्ष का मिश्रधन, जबकि D 10000 की राशि 8 % वार्षिक की दर से चक्रवृद्धि ब्याज पर जमा की जाती है ।

Solution:

पहले वर्ष की राशि = 10000

$$\text{दुसरे वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज} = \frac{10000 \times 8 \times 1}{100} = 800$$

दुसरे वर्ष की राशि = 10800

$$\text{तीसरे वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज} = \frac{10800 \times 8 \times 1}{100} = 864$$

तीसरे वर्ष की राशि = 11664

श्रृंखला: 10000, 10800, 11664

स्पष्ट है कि इस श्रृंखला का सार्व अंतर समान नहीं है अतः A.P नहीं है ।

Q2. दी हुई A.P के प्रथम चार पद लिखिए, जबकि प्रथम पद a और सार्व अंतर d निम्नलिखित हैं :

(i) $a = 10, d = 10$

Solution:

$$a = 10$$

$$a_2 = a + d \Rightarrow 10 + 10 = 20$$

$$a_3 = a + 2d \Rightarrow 10 + 2 \times 10 = 30$$

$$a_4 = a + 3d \Rightarrow 10 + 3 \times 10 = 40$$

श्रृंखला: 10, 20, 30, 40

प्रथम चार पद : 10, 20, 30 और 40

(ii) $a = -2, d = 0$

Solution:

$$a = -2$$

$$a_2 = a + d \Rightarrow -2 + 0 = -2$$

$$a_3 = a + 2d \Rightarrow -2 + 2 \times 0 = -2$$

$$a_4 = a + 3d \Rightarrow -2 + 3 \times 0 = -2$$

श्रृंखला: $-2, -2, -2, -2$

प्रथम चार पद : $-2, -2, -2$ और -2

(iii) $a = 4, d = -3$

Solution:

$$a = 4$$

$$a_2 = a + d \Rightarrow 4 + -3 = 1$$

$$a_3 = a + 2d \Rightarrow 4 + 2 \times -3 = -2$$

$$a_4 = a + 3d \Rightarrow 4 + 3 \times -3 = -5$$

श्रृंखला: $4, 1, -3, -5$

प्रथम चार पद : $4, 1, -3$ और -5

(IV) $a = -1, d = \frac{1}{2}$

Solution:

$$a = -1$$

$$a_2 = a + d \Rightarrow -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$a_3 = a + 2d \Rightarrow -1 + 2 \times \frac{1}{2} = 0$$

$$a_4 = a + 3d \Rightarrow -1 + 3 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

श्रृंखला: $-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}$

प्रथम चार पद : $-1, -\frac{1}{2}, 0$ और $\frac{1}{2}$

(v) $a = -1.25, d = -0.25$

Solution:

$$a = -1.25$$

$$a_2 = a + d \Rightarrow -1.25 + -0.25 = -1.5$$

$$a_3 = a + 2d \Rightarrow -1.25 + 2 \times -0.25 = -1.75$$

$$a_4 = a + 3d \Rightarrow -1.25 + 3 \times -0.25 = -2$$

श्रृंखला: $-1.25, -1.5, -1.75, -2$

प्रथम चार पद : $-1.25, -1.5, -1.75$ और -2

Q4. निम्नलिखित में से कौन-कौन A.P हैं? यदि कोई A.P है, तो इसका सार्व अंतर ज्ञात कीजिए और इनके तीन पद लिखिए।

(i) $3, 1, -1, -3, \dots$

Solution:

$$d_1 = a_2 - a_1 \\ = 1 - 3 = -2$$

$$d_2 = a_3 - a_2 \\ = -1 - (1) = -2$$

$$d_3 = a_4 - a_3 \\ = -3 - (-1) = -3 + 1 = -2$$

सार्व अंतर = -2

चूँकि सार्व अंतर समान है इसलिए यह A.P है |

इनके अगले तीन पद हैं :

$$a_5 = a + 4d = 3 + 4 \times (-2) = 3 - 8 = -5$$

$$a_6 = a + 4d = 3 + 5 \times (-2) = 3 - 10 = -7$$

$$a_7 = a + 4d = 3 + 6 \times (-2) = 3 - 12 = -9$$

-5, -7, -9

(ii) $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \dots$

Solution:

$$d_1 = a_2 - a_1$$

$$= \frac{5}{2} - 2 = \frac{5-2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$d_2 = a_3 - a_2$$

$$= 3 - \frac{5}{2} = \frac{6-5}{2} = \frac{1}{2}$$

$$d_3 = a_4 - a_3$$

$$= \frac{7}{2} - 3 = \frac{7-6}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{सार्व अंतर} = \frac{1}{2}$$

चूँकि सार्व अंतर समान है इसलिए यह A.P है |

इनके अगले तीन पद हैं:

$$a_5 = a + 4d = 2 + 4 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 2 + 2 = 4$$

$$a_6 = a + 4d = 2 + 5 \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2}$$

$$a_7 = a + 4d = 2 + 6 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 2 + 3 = 5$$

$4, \frac{9}{2}, 5$

(iii) $-1.2, -3.2, -5.2, -7.2, \dots$

Solution:

$$a = -1.2$$

$$d_1 = a_2 - a_1$$

$$= -3.2 - (-1.2) \\ = -3.2 + 1.2 = -2$$

$$d_2 = a_3 - a_2$$

$$= -5.2 - (-3.2) \\ = -5.2 + 3.2 = -2$$

$$d_3 = a_4 - a_3$$

$$= -7.2 - (-5.2) \\ = -7.2 + 5.2 = -2$$

$$\text{सार्व अंतर} = -2$$

चूँकि सार्व अंतर समान है इसलिए यह A.P है |

इनके अगले तीन पद हैं :

$$a_5 = a + 4d = -1.2 + 4 \times (-2) = -1.2 - 8 = -9.2$$

$$a_6 = a + 4d = -1.2 + 5 \times (-2) = -1.2 - 10 = -11.2$$

$$a_7 = a + 4d = -1.2 + 6 \times (-2) = -1.2 - 12 = -13.2$$

$$-9.2, -11.2, -13.2$$

$$(iv) -10, -6, -2, 2, \dots$$

Solution:

$$a = -10$$

$$d_1 = a_2 - a_1$$

$$= -6 - (-10)$$

$$= -6 + 10 = 4$$

$$d_2 = a_3 - a_2$$

$$= -2 - (-6)$$

$$= -2 + 6 = 4$$

$$d_3 = a_4 - a_3$$

$$= 2 - (-2)$$

$$= 2 + 2 = 4$$

$$\text{सार्व अंतर} = 4$$

चूँकि सार्व अंतर समान है इसलिए यह A.P है ।

इनके अगले तीन पद हैं :

$$a_5 = a + 4d = -10 + 4 \times (4) = -10 + 16 = 6$$

$$a_6 = a + 4d = -10 + 5 \times (4) = -10 + 20 = 10$$

$$a_7 = a + 4d = -10 + 6 \times (4) = -10 + 24 = 14$$

$$\Rightarrow 6, 10, 14$$